Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade

José C. G. Gaspar
Cláudio B. de J. da Costa
André L. S. Silva
Marcelo S. Bastos
Heitor A. D. da Rosa

Organizadores

Pantanal Editora

2022

José Carlos Gonçalves Gaspar
Cláudio Bispo de Jesus da Costa
André Luiz Souza Silva
Marcelo Silva Bastos
Heitor Achilles Dutra da Rosa
Organizadores

Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade

Pantanal Editora

2022

Editor Chefe: Prof. Dr. Alan Mario Zuffo
Editores Executivos: Prof. Dr. Jorge González Aguilera e Prof. Dr. Bruno Rodrigues de Oliveira

Diagramação: A editora. **Diagramação e Arte:** A editora. **Imagens de capa e contracapa:** Canva.com. **Revisão:** O(s) autor(es), organizador(es) e a editora.

Ficha Catalográfica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

F723 Formação de professores de matemática e contemporaneidade [livro eletrônico] / José Carlos Gonçalves Gaspar... [et al.]. – Nova Xavantina, MT: Pantanal, 2022. 82p.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-81460-27-3
DOI https://doi.org/10.46420/9786581460273

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3.Professores de matemática – Formação. I. Gaspar, José Carlos Gonçalves. II. Costa, Cláudio Bispo de Jesus da. III. Silva, André Luiz Souza. IV. Bastos, Marcelo Silva. V. Rosa, Heitor Achilles Dutra da.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Pantanal Editora

Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000.
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil.
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp).
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br

Prefácio

Muito temos falado sobre os tempos sem precedentes em que vivemos, e sobre como temos sido surpreendidos por realidades inesperadas. No Brasil, assim como em outras nações, testemunhamos ascensões a postos de poder de indivíduos e grupos abertamente alinhados com posicionamentos políticos e ideológicos que supúnhamos há muito superados e que não são apenas antidemocráticas, mas também se opõem fragrantemente a quaisquer sentidos de ética e civilidade minimamente aceitáveis. Em nosso país, esses grupos vêm promovendo ofensivas sistemáticas visando ao desmonte de conquistas e políticas públicas consolidadas com base na participação ampla e na construção de consensos por diversos setores da sociedade, em campos vitais como enfrentamento de desigualdades, direitos humanos, meio ambiente, saúde pública, trabalho, ciência e educação. Vemos assim, em nossos territórios, o aprofundamento de violências físicas e simbólicas, especialmente contra grupos socialmente vulnerabilizados. O quadro social e político trágico que já vinha se configurando foi ainda mais afetado pelo advento da pandemia de covid-19, que, por um lado teve seus efeitos drasticamente agravados pelo negacionismo como (necro)política de governo e, por outro lado, agravou desigualdades e também evidenciou carências sociais antes subestimadas ou invisibilizadas. Em tal conjuntura, a educação como pilar fundamental da democracia – uma educação pública, gratuita, para todas e todos, laica, cientificamente referenciada e socialmente comprometida – encontra-se em disputa.

Nesses tempos sem precedentes, somos atropelados por mudanças que vêm alterando súbita e radicalmente nossas vidas, as formas como nos relacionamos com as pessoas, como fazemos as mais diversas coisas no dia a dia, e como trabalhamos. Tais mudanças têm sido particularmente profundas e desafiadoras para professoras e professores da educação básica e da educação superior, pois não atingem apenas nossas rotinas docentes em um nível meramente organizacional, impondo reconstruções de nossas práticas – mas também desestabilizam as próprias formas como nos entendemos como profissionais, os próprios sentidos, objetivos e compromissos sociais do que entendemos como educação. Essas desestabilizações vêm se dando tão repentinamente que por vezes é difícil até mesmo nos darmos conta do que está acontecendo e nos situarmos nos novos contextos educacionais e nos novos fazeres profissionais.

Talvez pela intensidade ou pela gravidade do atual momento histórico, frequentemente embarcamos em rememorações nostálgicas das formas como vivíamos e trabalhávamos antes – em um passado idealizado que agora chamamos de "normal" –, ansiamos por uma "volta ao normal" ou pelo estabelecimento um "novo normal". Entretanto, parece estar se tornando cada vez mais evidente que isso não vai acontecer – as mudanças que nos atropelam agora deixarão marcas muito permanentes do que inicialmente podíamos imaginar. Para além dessa constatação, o enfrentamento do atual momento histórico requer que olhemos criticamente para nosso passado, desconstruindo suas visões idealizadas. Devemos, assim, nos questionar como podemos ansiar por uma "volta ao normal" se foi justamente aquele "normal" – ou o velho hábito de "normalizar" o que deveria ser intolerável – que nos levou a onde nos encontramos hoje. Para enfrentarmos o atual momento, precisamos abandonar posições de surpresa e de nostalgia, entendendo que a tragédia desse quadro social e político não é tão inesperada se reconhecemos que nossa história é atravessada por violências estruturais constantemente atualizadas com novos genocidas, e que as próprias posições de surpresa podem ser manifestações da invisibilização e da "normalização" dessas violências. Para escolher que caminhos construiremos para o futuro, que projetos de sociedade reivindicamos, será preciso olharmos para nosso passado, ao mesmo reafirmando conquistas consolidadas e problematizando práticas normalizadas.

É nesse contexto que se situa a importância do presente volume – Formação de Professores de Matemática e Contemporaneidade, reunindo contribuições de autoras e autores com trajetórias reconhecidas no campo da Educação Matemática, que foram produzidas a partir de suas participações no IV Colóquio de Educação Matemática da Baixada Fluminense (IV CEDUMAT), promovido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), Campus Nilópolis, de 03 a 04 de maio de 2021. Em primeiro lugar, a concretização de eventos científicos voltados para a Educação e a Educação Matemática em territórios atravessados por carências sociais, que ainda se desdobram na publicação de textos de qualidade, é uma reafirmação do projeto dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia como política pública de democratização e capilarização e geográfica da educação e da formação de professores socialmente referenciadas. Além disso, as contribuições aqui trazidas pelas autoras e pelos autores dos textos que compõem este volume nos ajudam a repensar práticas normalizadas e, em particular, a refletir sobre que ressignificações da matemática como componente curricular são necessárias para os projetos de sociedade que reivindicamos.

Esperamos que a leitura do presente volume colabore com o entendimento de que a valorização de uma matemática desvinculada das áreas ditas humanas, reduzida a uma dimensão meramente utilitária e tecnicista, apresentada como culturalmente desterritorializada e idelogicamente neutra é, em si, uma ideologia – e que essa ideologia está a serviço da manutenção de desigualdades e de violências estruturais.

Victor Giraldo
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Apresentação

O Colóquio de Educação Matemática da Baixada Fluminense (CEDUMAT) é um evento de divulgação científica que surgiu em função de uma parceria do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM) do IFRJ/Nilópolis, o Laboratório Sustentável de Matemática (LSM) do Colégio Estadual Hebe Camargo – SEEDUC/RJ e o Laboratório de Aplicações Computacionais (LAC) do IFRJ/Nilópolis.

Os laboratórios citados procuraram desenvolver esta atividade como forma de contemplar uma concepção de ensino mais ampla, possibilitando um intercâmbio entre professores, pesquisadores e licenciandos ligados a instituições educacionais federais, estaduais e municipais. Com isso, criou-se um ambiente de troca de saberes, o que possibilitou levar a Educação Matemática a comunidades postas em condição de periferia da Região Metropolitana do Estado do Rio de Janeiro. Assim, entendemos que é necessário compreender a Matemática como uma disciplina de investigação para além da visão de uma disciplina de conteúdo pronto e acabado.

Diante disso, buscando contribuir para a formação continuada de professores de Matemática, por meio de debates e discussões acerca do ensino de Matemática, em outubro de 2016 foi realizado o I CEDUMAT, sediado no IFRJ-Campus Nilópolis, cuja temática abordada foi "*Formação Docente em Rede: Caminhos e Possibilidades*". Em continuidade a essa ação, foi realizado em 2017 o II CEDUMAT, abordando o tema "*Contribuições da Educação Matemática no Contexto da Educação Inclusiva*". E, em 2019, o III CEDUMAT teve como tema *"Avaliação da aprendizagem e suas múltiplas dimensões*". No ano de 2021, o IV CEDUMAT foi realizado de forma *on-line* devido à pandemia provocada pela covid-19. Nesta edição, o evento teve como proposta discutir a seguinte temática: "*Formação inicial do professor de Matemática: perspectivas e desafios*". Também passou a contar com o apoio do Laboratório de Novas Tecnologias para o Ensino de Matemática e Aplicações Computacionais (LANTEMAC).

Em todos os eventos buscamos atingir como público–alvo pesquisadores em Educação Matemática, professores de escolas públicas de Educação Básica do entorno do campus e regiões periféricas, alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFRJ e de outras IES.

Portanto, este e-book visa estimular a formação continuada de professores de Matemática por meio dos textos que trazem um pouco das reflexões oriundas das pesquisas realizadas pelos pesquisadores convidados para o IV CEDUMAT.

No presente e-book iniciamos com o capítulo 1, intitulado **Desafios atuais da formação de professores: olhares para o futuro**, de autoria das professoras Lilian Nasser e Paula Monteiro Baptista. Nesse capítulo, as autoras abordam inicialmente as consequências do longo período de afastamento devido ao efeito da pandemia da covid-19, que foram devastadoras, em relação à saúde, à economia e à educação. O Ensino Remoto Emergencial (ERE) foi imposto na maioria das escolas, que adotaram as aulas *on-line* para os alunos que tinham acesso à internet, ou simplesmente disponibilizaram apostilas com tarefas a serem respondidas para os que não tinham, os ditos "excluídos digitais". Diante dessa realidade, são levantados no texto alguns pontos sobre a formação de professores que ensinam Matemática.

Anteriormente e durante o ERE, são observados os desafios impostos aos professores em exercício, tanto nos anos iniciais quanto nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e são discutidas possibilidades para o futuro.

O Capítulo 2, intitulado **Os desafios da formação matemática acadêmica de professores de Matemática em tempos atuais**, é de autoria do professor Wanderley Moura Rezende. É apresentado no texto que, nas últimas décadas, a formação inicial dos professores de Matemática do Ensino Básico tem recebido influências tanto das políticas públicas educacionais e resoluções normativas oficiais como de pesquisas na área de Educação Matemática. Contudo, algumas dificuldades relativas à formação matemática desse professor persistem até hoje. E é exatamente esse elemento na formação desse profissional o principal foco do capítulo. Assim, considerando um breve histórico das recentes reformas curriculares dos cursos de Licenciatura – incluindo a BNC-formação, e algumas contribuições teóricas das áreas de Educação e Educação Matemática –, o autor faz uma reflexão sobre alguns pontos que são essenciais para orientar futuras discussões da academia, sobretudo com respeito à formação matemática acadêmica de professores de Matemática da Educação Básica.

O Capítulo 3, intitulado **O exercício do Raciocínio Combinatório nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e o Letramento Combinatório**, de autoria do professor Paulo Jorge Magalhães Teixeira, apresenta considerações acerca dos conhecimentos necessários para que um sujeito seja considerado letrado em análise combinatória. Segundo o autor, o "letramento combinatório*"* consiste em saber interpretar, avaliar e decidir acerca das informações que são postas no enunciado de um problema de matemática que exige a mobilização de conceitos da análise combinatória, de modo que, com considerável grau de criticidade, e em conjunto com o exercício do raciocínio combinatório, possa lançar mão de seus conhecimentos para resolvê-lo.

O Capítulo 4, intitulado **Formação de professores que ensinam Probabilidade & Estatística na Educação Básica e os desafios da BNCC**, de autoria do professor Cassio Cristiano Giordano, apresenta uma discussão sobre a importância da presença da Educação Estatística nos Cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática. Ao longo do texto, o autor traz reflexões sobre Educação Estatística com base no que é proposto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na BNC-Formação, de modo a indicar os conhecimentos e saberes sobre Probabilidade e Estatística que são necessários ao professor da Educação Básica que ensina matemática.

O presente e-book, somente foi possível devido ao fomento concedido pelo IFRJ-Campus Nilópolis, por meio do edital interno n° 13/2019.

Boa leitura!

José Carlos Gonçalves Gaspar
Professor do IFRJ - Campus Nilópolis
Marcelo Silva Bastos
Professor do IFRJ - Campus Nilópolis

Sumário

Capítulo III

O exercício do Raciocínio Combinatório nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e o Letramento Combinatório

10.46420/9786581460273cap3

Paulo Jorge Magalhães Teixeira[1*]

INTRODUÇÃO

De modo a deixar o leitor a par das ideias consonantes com o ensino de Análise Combinatória (ou Combinatória) que serão exploradas ao longo do texto, será preciso conceituar e definir alguns termos. Inicialmente, será preciso conceituar o que vem a ser "possibilidade". Para tal, recorremos ao significado que se coaduna inteiramente com o presente contexto, ou seja, à possibilidade como "condição de possível". Este significado é um dos dois que estão presentes em Borba (2011). O autor da obra exemplifica o significado da palavra possibilidade com a seguinte citação: *"O velho está apreensivo, pensando na possibilidade de uma pneumonia".* Assim, possibilidade significa "tudo que pode vir a acontecer"; "tudo o que pode ser"; "tudo o que se pode vir a praticar" etc. Possibilitar é "tornar possível". As possibilidades podem ser (ou estar) listadas por meio de uma representação básica: a enumeração (lista, rol, listagem). Assim, todas as vezes em que algo seja possível ocorrer; que possa vir a acontecer; que pode ser; que se possa praticar ou fazer, ou que se possa decidir (se possa tomar uma decisão), estamos diante de uma possibilidade. As possibilidades fazem parte de um conjunto denominado Coleção - independentemente do contexto em que elas se apresentem. Cada possibilidade presente em uma coleção é um elemento sobre o qual uma decisão (condição) é possível seja tomada (ser realizável). Em certos contextos, podemos entender possibilidades como situações em condições de acontecer. Por exemplo, quando se toma uma moeda e a jogamos ao chão a face voltada para cima pode mostrar uma descrição denominada cara (ca) ou uma descrição denominada coroa (co). Cara e coroa são possibilidades, ou seja, situações de face de uma moeda que têm condições de acontecer (ocorrer) quando a moeda é lançada ao chão.

No que refere à palavra "combinatória", é o nominativo feminino e o acusativo plural, neutro, do adjetivo "combinationum", derivado do verbo combinar, do latim cõ.bi.nar, que significa compor, agrupar, ajuntar, relativamente à ação de fazer *a* "combinação" (do latim kõ.bi.ne.sew) entre possibilidades (objetos de coleções). Ou seja, a palavra combinatória está relacionada com a atividade

[1] UFF – Universidade Federal Fluminense – Instituto de Matemática e Estatística
[*] Autor correspondente: paulojorge@id.uff.br

instrutiva de uma ação. Sendo assim, se pode definir Combinatória como a arte do fazer combinar. Portanto, combinar parece ser o elemento chave que identifica o conteúdo da Combinatória. Mais adiante, vamos constatar que a arte do fazer combinar basicamente aponta para dois caminhos: o combinar ordenadamente (de modo ordenado) ou o combinar por meio de escolha (s) (fazendo uma ou mais escolhas). Portanto, Combinatória é a parte da Matemática que lida com elementos (objetos) discretos pertencentes a coleções de possibilidades que combinam entre si de diferentes maneiras (de modo a satisfazer certas condições estabelecidas nos enunciados dos problemas), e sobre as quais há o interesse em conhecê-las e/ou contá-las por meio de diferentes técnicas de contagem – contagens distintas do modo natural de contar: de uma em uma. Segundo Morgado et al. (1991), " ... a Análise Combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas".

Um dos propósitos deste estudo foi o de confrontar as sugestões de habilidades presentes na BNCC – Base Nacional Comum Curricular, em Brasil (2018), com os conhecimentos de Combinatória necessários cumular pelo professor para ser considerado letrado combinatoriamente, ou seja, ser um letrado em análise combinatória. A pesquisa objeto deste estudo objetivou responder a seguinte questão principal: "Quais conhecimentos são necessários aos alunos do Ensino Básico e aos professores que ensinam Matemática neste segmento de ensino para desenvolver, explorar e resolver problemas de contagem, com o propósito de pavimentar o caminho que os capacitem chegar ao letramento combinatório?".

Em relação ao desenvolvimento profissional dos professores, o objetivo central do estudo pautou-se em compreender em que medida os conhecimentos relativos ao exercício da docência: conhecimentos de conteúdo; conhecimentos pedagógicos de conteúdo e conhecimentos curriculares, segundo Shulman (1986), contribuem para atingir esse objetivo. Elencamos três perguntas específicas, cujas respostas têm o propósito de contribuir para fundamentar respostas à questão principal, a saber: "As sugestões apresentadas na BNCC – Base Nacional Comum Curricular, em Brasil (2018), relativamente às duas habilidades indicadas para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental para o ensino aprendizagem de Combinatória estão redigidas a contento e de maneira clara?"; "As habilidades indicadas na BNCC para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental permitem ao professor de matemática fazer escolhas adequadas em relação a atividades, de maneira a atender àquelas sugestões?"; "As habilidades indicadas na BNCC para serem desenvolvidas com os alunos do 4º e do 5º Ano do Ensino Fundamental são suficientes para capacitar os alunos destes anos, para resolverem problemas simples de contagem?".

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Programas relacionados com a formação inicial ou continuada e a atuação profissional de professores comprometidos com a prática docente de sala de aula, independente da realidade escolar em que o professor atua, não podem prescindir de tomar como referências básicas para fundamentar suas propostas de formação docente as abordagens de Lee S. Shulman (1986, 1987), as quais discutem os conhecimentos necessários à referida formação. Em particular, propostas para os professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Como o cerne da questão - objeto deste estudo - são reflexões acerca do desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática e do conhecimento profissional docente, de início remete-se à década de 80, onde poucos estudos buscavam investigações acerca da formação de professores e, para tal, apoiamo-nos nos estudos desenvolvidos por Shulman (1986). Para Shulman (1986), existem 3 (três) categorias de conhecimentos que devem ser considerados como necessários para o professor desenvolver a profissão docente: "o conhecimento da docência" (conhecimentos profundos do próprio sujeito acerca do conteúdo especializado que deve ensinar, e relativos ao conjunto de conceitos e procedimentos específicos da disciplina, que, por sua vez, constituem objetos da cultura geral e guardam estreita relação com os saberes da ciência de onde a disciplina se origina); "o conhecimento pedagógico do conteúdo" (a importância desse conhecimento para o que chama de ensino bem sucedido, pois se trata do conhecimento da disciplina que está voltado para o ensino e dos aspectos de conteúdo e as estratégias de abordagem mais adequadas para o desenvolvimento de um determinado conteúdo em sala de aula); "o conhecimento curricular" (processo pelo qual tais conhecimentos são aprendidos ao longo de processos formativos e do exercício profissional: a base de conhecimento para o ensino e o processo de raciocínio pedagógico provenientes do conhecimento de diferentes programas para o ensino de temas ou tópicos em determinado nível e período).

Valemo-nos de resultados de pesquisas desenvolvidas por Vergnaud (1991), criador da Teoria dos Campos Conceituais, a qual leva em conta uma série de fatores que têm influência no desenvolvimento de um conceito, quando se procura identificar características formativas. Segundo Vergnaud (1991), o estudo para o desenvolvimento de determinado campo conceitual - conjunto de situações que têm estreitas relações entre si - exige do pesquisador a visão segundo a qual um conceito é compreendido e desenvolvido por um sujeito quando em um contexto amplo ele se confronta com a resolução de diversificados problemas. Segundo Vergnaud (1996), a efetiva compreensão de um conceito se dá a partir da compreensão dos elementos presentes na tríade (S, I, R), onde: S é um conjunto de diferentes situações, as quais permitem ao conceito tornar-se significativo para ser explorado, ou seja, o conhecimento dos diferentes significados dos conceitos; I é um conjunto de invariantes (objetos, relações entre si e propriedades operatórias que os relacionam entre si), os quais podem ser identificados e utilizados pelo sujeito de modo que ele tenha condições de analisar e compreender as situações envolvidas em um dado contexto, e R é um conjunto de diferentes representações, as quais podem ser usadas pelo sujeito para fazer emergir e representar os invariantes da situação e, por meio de uma representação, tornar possível sejam representadas as situações e os mecanismos necessários para a utilização desses invariantes.

No que refere ao ensino aprendizagem da análise combinatória na Educação Básica, os problemas de contagem fazem parte do campo conceitual multiplicativo. Neste campo conceitual, um trabalho conjunto de problemas que exploram a multiplicação e a divisão e as estreitas conexões entre as situações que os envolvem são parte constitutiva de um campo mais amplo de significados. Segundo os autores dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, em Brasil (1997), situações relacionadas com as operações de multiplicação e divisão estão presentes em quatro grupos de problemas: “multiplicação comparativa; ideia de proporcionalidade; conFiguração retangular e ideia de combinatória”. Dentre os significados dessas duas operações interessa-nos os que fazem parte de situações associadas com a ideia combinatória: respectivamente, situações como estas: Ana tem quatro saias, nas cores branca, rosa e preta e três blusas, nas cores amarela, lilás e azul. Fazendo uso de uma saia e uma blusa, de quantas maneiras Ana pode se vestir?; Um total de 15 casais distintos participaram de danças, em uma festa. Se todas as 3 moças e os rapazes presentes participaram das danças, quantos rapazes dançaram? Por conta de tais considerações, se pode considerar que as experiências formativas relacionadas com os problemas de contagem permitem que um sujeito tenha a oportunidade de interagir com os diferentes significados das duas operações. Igualmente, leva-o a reconhecer que uma particular situação (conceito) pode estar associada com diferentes tipos de problemas (invariante), bem como que um mesmo problema pode ter sua resolução encaminhada por meio de diferentes representações (estratégia, encaminhamento, apresentação gráfica ou numérica, via o uso de uma ou mais operações). O trabalho com problemas de contagem mostra-se, portanto, significativo, por conta de o conhecimento conceitual emergir a partir da resolução de uma ampla variedade de problemas, por meio do uso de material manipulável ou pela construção de uma representação numérica ou de uma representação gráfica (um diagrama de árvore, por exemplo).

CONHECIMENTOS DO CONTEÚDO ANÁLISE COMBINATÓRIA

Análise Combinatória (ou Combinatória) é a parte da Matemática que se ocupa em desenvolver e analisar modelos (estruturas matemáticas) que têm o propósito de estabelecer técnicas de contagem para computar “possibilidades” que ocorrem (acontecem) por meio de relações discretas entre pessoas, números, cores, brinquedos, objetos etc. Um dos tipos de problemas é ensinado nos anos iniciais do ensino fundamental, quando se faz (ou se provoca fazer) “combinações” entre elementos pertencentes a duas ou mais coleções. Há mais alguns poucos tipos de problemas que também são explorados na educação básica, por meio de uma extensa e variável gama de problemas de contagem. Em relação aos problemas de contagem que são explorados nos anos iniciais do ensino fundamental, é preciso que se tome pelo menos duas coleções finitas: A e B, não vazias (com objetos distintos, ou não), de modo a fazer (ou provocar) “combinações” entre os elementos destas. As “combinações” entre os elementos das coleções A e B podem ser efetivadas assim: “combinar” todos os elementos da coleção A com todos os elementos da coleção B; ou “combinar” todos os elementos da coleção A com parte dos elementos da coleção B; ou "combinar" parte dos elementos da coleção A com parte dos elementos da coleção B. O mesmo se aplica quando há mais de duas coleções a considerar.

Por agrupamento-solução define-se a "combinação entre dois objetos, um de cada coleção, ou a combinação de objetos de mais de duas coleções". Para um dado problema de contagem que está sendo resolvido, considera-se um elemento da solução qualitativa, isto é, um agrupamento-solução (uma "combinação" entre objetos) que faz parte da contagem de todas as soluções que atendem ao solicitado no enunciado do problema em questão. Em qualquer das situações de "combinação" de objetos entre coleções não é necessário que se faça a enumeração de todos os elementos que são obtidos a partir das "combinações" para, em seguida, fazer a contagem total dos agrupamentos-solução. Generalizando as ideias, tem-se o seguinte: Há pelo menos duas coleções finitas e não vazias de objetos A e B. O conjunto de todas as "combinações" entre os objetos das coleções A e B entre si - A com **m** elementos e B com **n** elementos - é o Produto Cartesiano $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ e } b \in B\}$, um conjunto finito que possui um total de **mn** elementos (pares ordenados). A solução qualitativa de um problema de contagem, que toma elementos nas coleções A e B para realizar as possíveis "combinações" entre objetos que satisfazem as condições estabelecidas no enunciado do problema, é um subconjunto finito de A x B. Para alguns poucos diferentes tipos de problemas de contagem, que não inclui o tipo considerado: que se ocupa de contar o número de "combinações" de elementos entre coleções de objetos, há uma enorme variedade e grande número de problemas de contagem que são explorados ao longo de toda a Educação Básica. Tais tipos de problemas ocorrem com boa frequência no cotidiano, e são objeto de estudo durante o desenvolvimento de outros conteúdos que fazem parte da temática análise combinatória básica. Por sua vez, há problemas de contagem que se ocupam de demonstrar que existem subconjuntos de um conjunto finito contendo as soluções para os diferentes tipos de problemas, e quanto ao estabelecimento de técnicas de contagem para a resolução desses outros tipos de problemas. Mas, os seus respectivos modelos se concentram em decidir sobre apenas dois tipos de problemas, a saber: Agrupamentos-solução de objetos em que a troca de ordem entre dois ou mais elementos caracteriza um novo agrupamento-solução (que se diferencia do anterior por conta da ordenação em que tais elementos são considerados e apresentados), e os Grupamentos de objetos, em que a ordem entre os elementos que constituem um grupamento (um conjunto) não seja a característica capaz de identificar grupamentos distintos entre si mas acerca da identificação dos elementos constitutivos desses grupamentos - independente da ordem em que tais elementos sejam apresentados em cada grupamento.

O que se espera de um professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é que ele reúna competências associadas com os conhecimentos de conteúdo e com os conhecimentos pedagógicos de conteúdo (segundo Shulman (1986)) para comunicar ou discutir a sua compreensão diante da resolução de um problema apresentada por um aluno ou que faça parte de um livro didático (ou não), fazendo considerações acerca da aceitação ou não da solução em relação à sua correção e coerência com os princípios norteadores da temática.

SUGESTÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL PRESENTES NA BNCC

Segundo a Base Nacional Curricular Comum – BNCC, Brasil (2018), para o 4º ano do Ensino Fundamental o objeto de conhecimentos são os problemas de contagem e a habilidade requerida é a seguinte: (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, utilizando estratégias e forma de registro pessoais. Para o 5º ano do Ensino Fundamental o objeto de conhecimentos são os problemas de contagem do tipo: Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados? A habilidade requerida é a seguinte: (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

ANÁLISE DAS SUGESTÕES PRESENTES NA BNCC PARA O ENSINO DE COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Segundo a única sugestão de uma habilidade para ser desenvolvida durante todo o 4º Ano do Ensino Fundamental, presente na BNCC e relacionada com o ensino de combinatória, o professor precisa explorar a Resolução de Problemas Simples de Contagem com os alunos utilizando-se de estratégias e formas de registros pessoais e o manuseio de material manipulável. Sim, é dever do professor cuidar para que a seleção dos problemas que vai propor aos alunos se dê com cuidado e adequando-os ao necessário amadurecimento cognitivo, pois ninguém conhece melhor os alunos que ele. De início, podem ser propostos dois problemas, como os que são sugeridos a seguir, sem fazer uso de material manipulável de modo a conhecer como aos alunos apresentam suas soluções segundo os registros pessoais. Problema 1: Bia possui lápis de cera nas cores vermelho, verde e amarelo para pintar as duas listras horizontais de bandeiras. Mostre todas as maneiras como essas cores podem ser usadas para pintar as duas listras de todas as possíveis bandeiras. Problema 2: Ana possui saias nas cores branca, vermelha, violeta e preta, e blusas de cores rosa, laranja e cinza. Quando Ana vai sair, ela escolhe um único conjunto saia-blusa para vestir, mas nunca usa saia e blusa de cores escuras para formar um mesmo conjunto. Quais conjuntos cor da saia-cor da blusa são possíveis formar respeitando as possíveis escolhas de Ana, de modo que ela possa escolher um conjunto saia-blusa para sair?

Em seguida, os mesmos problemas podem ser propostos aos mesmos alunos mas, agora, com o professor disponibilizando material manipulável para o uso em sala de aula.

O problema 1 é exemplo de uma situação em que há 3 possibilidades de cores em giz de cera para fazer as pinturas das listras de bandeiras com duas listras. As três cores pertencem a uma mesma coleção A, e todas as possibilidades de pinturas das bandeiras com duas listras são determinadas pelas combinações das cores desta coleção A entre si. O professor pode disponibilizar giz de cera nas cores indicadas e uma folha de papel, como mostra a Figura 1, a seguir, a qual contém os desenhos de 14 bandeiras com duas listras, e pedir que eles usem as bandeiras desenhadas para mostrar como podem ser pintadas todas as possíveis bandeiras que atendem à solução do problema. Esta proposta de problema permite ao professor identificar se o aluno adota um padrão sequencial pessoal para fazer as pinturas ou se elas são feitas ao acaso.

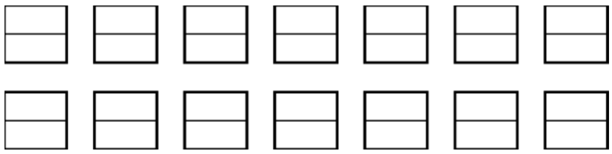

Figura 1. Desenho de 14 bandeiras com duas listras em cada. Fonte: o autor.

O problema 2 é exemplo de uma situação em que há 4 possibilidades de cores de saias. Para fazer cada combinação com uma das 3 possibilidades de cores de blusas, será preciso levar em conta a restrição de Ana quanto ao uso de um conjunto saia-blusa (ou blusa-saia). As cores das saias são os elementos da Coleção A: branca e vermelho (claras), violeta e preta (escuras); e as cores das blusas são os elementos da Coleção B: rosa e laranja (claras) e cinza (escura).

O material manipulável mostrado na Figura 2 à esquerda, abaixo, formado por dois copinhos de plástico, uma "bailarina" (peça metálica para fixar os dois copinhos entre si) e desenhos de saias e de blusas segundo as respectivas cores nas coleções A e B, pode ser utilizado para enumerar todas as possibilidades que atendem à solução do problema. Um conjunto saia-blusa possível formar pode ser enumerado assim: {saia branca-blusa rosa}. Cada conjunto saia-blusa é dito um agrupamento-solução para o problema.

Figura 2. Copinhos plásticos para determinar os agrupamentos-solução. Fonte: o autor.

Pesquisas salientam que a exploração de atividades didáticas que envolvem o manuseio de material manipulável no ensino da Matemática - inclusive, durante a proposição de jogos -, permite que o aluno desenvolva habilidades cognitivas com interesse e desenvoltura, enquanto sujeito protagonista de sua própria aprendizagem. É importante salientar que a sugestão que é objeto da habilidade presente na BNCC não orienta o professor quanto à importância de os alunos conhecerem as possibilidades em cada um dos diferentes contextos dos problemas de modo que eles estejam em condições de resolver problemas simples de contagem, combinando possibilidades de duas ou mais coleções entre si tal como foi mostrado nos dois exemplos acima.

Outros exemplos de situações em que há 2 coleções de possibilidades para ocorrer (acontecer, escolher, decidir), por meio do uso de dois copinhos plásticos, podem ser propostos pelo professor. Ou então, ele pedir que os alunos elaborem problemas simples de contagem e os resolvam. Inclusive, tem-se conhecimento de professores dos anos iniciais que durante esses momentos propõem aos seus alunos que elaborem e resolvam problemas simples de contagem. Alguns exemplos de combinações entre elementos de duas coleções cujos elementos são possibilidades que podem combinar entre si: As faces de uma moeda; As faces de uma cédula; Os gêneros de dois filhos que vão nascer; Os modos de pintar as duas listras de uma bandeira, dispondo de quatro cores; As situações de duas lâmpadas: estarem acesas ou estarem apagadas.

Exemplos de combinações entre elementos de três coleções, cujos elementos são possibilidades que podem combinar entre si (uma possibilidade de cada coleção A, B e C por vez): Coleção A - Cores de saias: branca, vermelho, azul, preta; Coleção B - Cores de blusas: rosa, laranja, verde, violeta; Coleção C - Tipo de calçado: sapatos, sandálias, tênis, chinelos. O material manipulável, mostrado na Figura 2 acima, ao centro e à direita, pode ser utilizado para enumerar todas as possibilidades como Ana pode se vestir fazendo uso de apenas uma peça por vez ao escolher uma saia (Coleção A), uma blusa (Coleção B) e um calçado (Coleção C), formando um conjunto saia-blusa-calçado que obedece à seguinte restrição: só usar sandálias e chinelos quando a cor da saia e a cor da blusa forem cores claras. Problemas como os apresentados acima não estão contemplados na habilidade descrita na BNCC, embora sejam problema de contagem simples tal qual um problema em que não seja feita qualquer restrição. As soluções intuitivas para os problemas de contagem devem ser incentivadas pelo professor, pois elas agregam valor a futuros raciocínios lógico-dedutivos e a processos de generalização. As soluções intuitivas que sejam apresentadas por um ou mais alunos devem continuar sendo incentivadas pelo professor, até o momento em que o aluno considere oportuno haver necessidade de fazer uso de uma outra representação para encaminhar a resolução para um particular problema. Para tal, o professor deve acompanhar de perto como o aluno pensa a respeito e deve intervir apenas se considerar necessário. O professor não deve tolher a intuição do aluno. Ademais, deve verificar se o uso de dados do enunciado do problema e uma ou mais operações aritméticas que tenham sido utilizadas pelo aluno não foram usadas ao acaso, sem critério, de maneira a obter uma resposta quantitativa para o problema. Daí porque, de início, a nossa recomendação é no sentido de que as perguntas que sejam feitas nos enunciados dos problemas demandam respostas qualitativas. Para resolver um problema de contagem, tanto as reflexões pessoais e coletivas quanto a comunicação acerca de um resultado obtido precisam ser feitas de maneira cuidadosa e coerente. Para tal, é muito importante a atenção do professor para essas questões. Em um momento oportuno da aprendizagem, o aluno irá sentir necessidade de conhecer uma outra maneira para resolver um particular problema: construir uma representação gráfica (posteriormente uma representação numérica) que atenda à sua particular necessidade para encaminhar a resolução de um problema de contagem. Se tal acontecer com um aluno, bem antes que os demais colegas, uma atenção especial do professor deve ser dada a esse aluno de modo a incentivá-lo a prosseguir. Salientamos que a habilidade sugerida pelos autores da BNCC identifica os tipos de problemas simples de contagem que devem ser propostos como os problemas em que cada elemento de uma coleção combina com todos os elementos de outra coleção. Por essa descrição ficam de fora os problemas em que alguns elementos de uma coleção combinam com parte dos elementos da outra coleção, e outros elementos combinam com todos ou com outra parte dos elementos da outra coleção, por exemplo. Sendo assim, o universo dos problemas que podem ser explorados fica limitado. Portanto, não permite aos alunos uma ampliação conceitual, a qual é desejável e necessária. Essa questão responde à terceira questão específica que foi apresentada na introdução.

RACIOCÍNIO (PENSAMENTO) COMBINATÓRIO

O Raciocínio (Pensamento) Combinatório é exercitado pelo sujeito (exigido do sujeito), por exemplo, quando há necessidade de combinar elementos (todos ou parte) de uma coleção com elementos de outra coleção. Ou seja, o raciocínio combinatório resulta do exercício da combinação entre elementos de uma coleção e de outra.

Assim, para exercitar o raciocínio combinatório, nesses casos, será preciso dispor de ao menos 2 coleções - mesmo que estas coleções tenham os mesmos objetos (seja a mesma coleção).

O raciocínio combinatório se caracteriza pela mobilização de estratégias mentais que estão associadas às tomadas de decisão, principalmente, em cada uma das etapas do ciclo construtivo de uma representação gráfica (um diagrama de árvore, por exemplo) ou no estabelecimento de uma representação numérica (geralmente, multiplicativa ou multiplicativa e aditiva), a qual dará conta de apresentar a solução (qualitativa ou quantitativa) para o problema de contagem. Segundo Teixeira (2021):

> O raciocínio combinatório faz parte do universo cognitivo e simbólico da mente humana e da matemática. Seu cultivo é uma arte tanto quanto o bem falar. Assim, o raciocínio combinatório é parte da linguagem do pensamento e das combinações de diferentes "objetos" constituintes do enunciado de um problema de contagem: letras, algarismos, cores, objetos etc. (Teixeira, 2021).

É no raciocínio combinatório que germinam conjecturas que se transformam em tomadas de decisão, possibilidades, ações e combinações entre objetos - vitais na construção de representações gráficas e nas representações numéricas.

É com o raciocínio combinatório que se elabora a estratégia de resolução de um problema de contagem, os procedimentos a serem seguidos e se dá a apropriação de um conceito combinatório.

É por meio da experiência do raciocínio combinatório que as pessoas compreendem melhor os enunciados dos problemas de contagem, se envolvem e participam na formação dos tipos de agrupamentos-solução de objetos, na inteireza da análise combinatória.

O sujeito, mergulhado em breves momentos de reflexão e raciocínio experimenta a ação vigorosa e objetiva do pensar, abre a mente, se coloca na posição da pessoa que vai executar a ação e se pergunta de quantos modos pode executá-la para, em seguida, fazer o registro desse valor como um fator multiplicativo em uma representação numérica ou desenha um ou mais "*ramos*", se está construindo um diagrama de árvore.

O raciocínio combinatório, refletido e participativo, é fruto do exercício constante de experiências anteriores e de correlações com as características dos agrupamentos-solução de objetos, por conta dos conceitos que aí estão envolvidos.

É fruto da compreensão de todas as possibilidades para a formação dos agrupamentos-solução de objetos, da incorporação de particularidades gerais dos tipos de agrupamentos e de reflexões acerca da necessidade ou não de repartir as análises encaminhadas na resolução do problema, para considerar a melhor maneira de incorporar todas as possibilidades e efetuar a contagem total (ou as contagens parciais).

O raciocínio combinatório é uma atitude pessoal do ser humano, que inspira a compreensão. Felizmente o raciocínio combinatório é transferível para outras pessoas, e é capaz de contagiar quem o passa a compreendê-lo e dele se apropria.

Resolver um problema de contagem não é um exercício mecânico, burocrático e repetitivo por meio da aplicação de procedimentos similares anteriores, onde são feitas correlações com situações tipo padrão, tais como, por exemplo, quando da resolução de alguns exercícios de equações, em álgebra.

Muito menos a resolução de um exercício de combinatória é resultante de ações próprias que consistem na mera aplicação direta de uma fórmula, por meio da qual uma resposta quantitativa é obtida. Resulta, por vezes, que o sujeito não sabe verificar se a resposta está correta ou não se preocupa em fazê-lo.

Para resolver um problema de contagem é preciso que seja feita uma cuidadosa leitura do enunciado, bem como uma criteriosa análise acerca do (s) tipo (s) de agrupamento (s) de objetos envolvidos, considerando que eles precisam ser combinados entre si (tipo (s) de grupamento (s) de objetos envolvidos, considerando que eles precisam ser escolhidos).

Assim, após essas etapas quem está encaminhando a resolução de um problema de contagem exercita o raciocínio combinatório, e mobiliza a estratégia de resolução que considera conveniente e adequada para cada tipo de problema.

Ao resolver um problema de contagem é conveniente evitar ao máximo a aplicação direta de uma fórmula sem antes ter feito uma análise cuidadosa da situação e contexto, pois o seu uso não garante que todas as possibilidades que devem ser consideradas para atender à solução quantitativa do problema de contagem tenham sido computadas com o seu uso.

Conclui-se, portanto, que o raciocínio combinatório é uma poderosa ferramenta matemática, disponível para a resolução de problemas de contagem e em oposição ao desenfreado uso de uma ou mais fórmulas, mas é preciso que ele seja corretamente compreendido, apropriado e mobilizado.

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA CONTAGEM

Problema: Se Ana possui blusas nas cores branca, vermelha, amarela, preta e marrom e saias nas cores rosa, laranja, preta e violeta, de quantos modos poderá se vestir usando uma saia e uma blusa, considerando que ela não gosta de se vestir usando saia e blusa de cores escuras?

Figura 3. Diagrama de árvore, resolução do problema proposto. Fonte: o autor.

Uma vez que o diagrama de árvore esteja completamente construído (ou construído o bastante para permitir a compreensão, como o da Figura 3), o Princípio Aditivo pode ser aplicado diretamente: (5)+(5)+(3)+(3) = 16 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Por outro lado, há dois momentos distintos a considerar: Em um primeiro momento, quando se escolhe uma saia de cor clara, e em um segundo momento quando se escolhe uma saia de cor escura. Momento 1: Decisão 1: escolher a saia de cor rosa (cor clara). Para a decisão de escolher a saia de cor rosa, há 5 possibilidades para tomar a Decisão 2 (escolher a cor de uma blusa). Para a escolha de uma outra cor clara para a saia: laranja, por exemplo, há igual quantitativo de possibilidades para tomar a Decisão2 (escolher a cor de uma blusa)? Se a resposta for sim, o Princípio Multiplicativo se aplica. Logo, aplicando o Princípio Multiplicativo, tem-se: 2 x 5 = 10 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Essa situação pode ser representada por meio da seguinte proporção: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$. Momento 2: Decisão 1: escolher a saia de cor preta (cor escura). Para a decisão de escolher a saia de cor preta há 3 possibilidades para tomar a Decisão 2 (escolher uma blusa de cor clara). Para a escolha de uma outra cor escura para a saia: violeta, há igual quantitativo de possibilidades para tomar a Decisão2 (escolher a cor de uma blusa de cor clara? Se a resposta for sim, o Princípio

Multiplicativo se aplica. Logo, aplicando o Princípio Multiplicativo, tem-se: 2 x 3 = 6 (conjuntos saia-blusa) possibilidades. Essa situação pode ser representada por meio da seguinte proporção: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Após os quantitativos dos Momentos 1 e 2 terem sido contabilizados, aplica-se o Princípio Aditivo para obter a totalidade de conjuntos saia-blusa que atendem ao enunciado do problema. Logo, há um total de 10 + 6 = 16 agrupamentos-solução. Formalmente, eis os enunciados dos dois Princípios Fundamentais da Contagem:

Princípio Multiplicativo: Se uma decisão d_1 pode ser tomada de **m** maneiras e uma vez que a decisão d_1 tenha sido tomada, uma decisão d_2 puder ser tomada de **n** maneiras para cada uma das **m** maneiras anteriores, então o número de maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2, uma a seguir da outra, é **m.n**. Este Princípio pode ser generalizado para mais de duas decisões. Este Princípio também é conhecido, na literatura acadêmica, como Princípio da Multiplicação ou o Princípio Fundamental da Contagem – PFC; Princípio Aditivo: Se A e B são conjuntos disjuntos (conjuntos que não têm elemento em comum: $A \cap B = \emptyset$) com x e y elementos, respectivamente, então $A \cup B$ possui x + y elementos. Este Princípio pode ser generalizado para mais que dois conjuntos. No caso de três conjuntos: A, B e C, com x, y e z elementos, respectivamente, desde que os conjuntos sejam dois a dois disjuntos entre si, ou seja: $A \cap {}^{\cap}B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $C \cap B = \emptyset$ e, desde que os três a três conjuntos também sejam disjuntos entre si, isto é: $A \cap B \cap C = \emptyset$, então o conjunto $A \cup B \cup C$ possui x + y + z elementos.

De modo geral, resolver um problema de combinatória consiste em contar ou classificar os elementos de um ou mais subconjuntos de um conjunto finito que atendem a certas particularidades, as quais podem estar claramente descritas no enunciado do problema em questão ou não. Mas também, em alguns problemas da Combinatória, será preciso provar a existência de subconjuntos de um dado conjunto finito que atendem a certas particularidades, as quais podem estar claramente descritas no enunciado do problema em questão ou não. Ao ensinar os conceitos (também a aplicação dos princípios fundamentais da contagem: aditivo e multiplicativo), significados e a construção de representações gráficas e/ou numéricas, em conjunto com procedimentos e estratégias de resolução de um problema, também estamos promovendo o desenvolvimento e o exercício do raciocínio combinatório. Por sua vez, o raciocínio combinatório está fortemente imbricado às tomadas de decisão nos diferentes momentos do ciclo constitutivo que permeia a obtenção de todos os agrupamentos-solução (ou a contagem destes), independentemente da representação que está sendo utilizada: se gráfica ou numérica. Sendo assim, consideramos que o foco do trabalho do professor não pode/deve estar voltado para a necessidade e a imposição com a qual porventura se sinta impelido a trabalhar os conteúdos específicos da Matemática, de modo massificado. Principalmente, quando o livro didático é o único instrumento utilizado pelo professor em sala de aula, como tem sido identificado, com grande intensidade e em diferentes situações, Brasil afora. É preciso incentivar os professores a trabalharem com criticidade na análise do conteúdo presente no livro didático, e em conjunto com os seus pares sintam-se em condições de decidir subtrair, substituir ou não apresentar determinada atividade/situação para os seus alunos, tal qual ela está apresentada na obra. Além do mais, é preciso estimular o professor da Escola Básica para o salutar hábito de desenvolver diferenciados olhares com respeito às inovações que estão presentes no ensino, na aprendizagem e na avaliação, em Matemática e por meio dela. Entre tais olhares, está o de o professor considerar a importância de desenvolver competências em relação ao desenvolvimento de variadas maneiras de raciocinar entre os alunos, com o objetivo de oportunizar que eles experimentem diferenciados estímulos, tendo como propósito principal o de melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar. Dentre as variadas maneiras de raciocinar em Matemática, salientamos que o professor precisa estimular o exercício e o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, do raciocínio estatístico e do raciocínio combinatório dos alunos, cada um deles em contexto apropriado, pois assim deve ser o ensino e a aprendizagem desses conteúdos com os alunos do Ensino Básico. Mas, é imprescindível que o professor não incentive os alunos ao exercício desses raciocínios em detrimento dos demais raciocínios matemáticos, como os raciocínios: geométrico, numérico e algébrico, por exemplo, os quais, igualmente, também devem ser incentivados.

LETRAMENTO COMBINATÓRIO

A alfabetização se ocupa da aquisição da escrita. É um processo de aprendizagem no qual o indivíduo desenvolve a competência de ler e de escrever. Assim, o sujeito que sabe ler e escrever é dito alfabetizado.

O aparecimento da expressão *"letramento"* se deu por conta de em nossa sociedade atual se ter constatado que o domínio mecânico da leitura e da escrita era insuficiente para o sujeito avançar no conhecimento.

O *"letramento"* é o desenvolvimento do uso competente da leitura e escrita nas práticas sociais, isto é, se preocupa com a função social (uso individual e social) do ler e do escrever. Assim, o *"letramento"* apareceu ao lado da alfabetização.

Os passos iniciais para o desenvolvimento do letramento combinatório são dados quando o sujeito aprende a questionar se um particular elemento do conjunto objeto do problema de contagem atende ou não à (s) característica (s) que deve (m) definir todo e qualquer elemento que irá pertencer ao subconjunto que vai conter todas as soluções do problema. O subconjunto pode ser formado ou apenas contabiliza- se o quantitativo dos seus elementos.

O procedimento pode ser feito apenas para um particular elemento ou para um grupo de elementos, por exemplo, até que sejam esgotadas todas as possibilidades que estão em avaliação.

Esse preliminar exercício crítico favorece a formação de atitudes que levam o sujeito ao amadurecimento em relação à promoção e o desenvolvimento do letramento combinatório.

Considere um conjunto não vazio e finito contendo objetos discretos, e um problema de contagem que toma elementos nesse conjunto.

De modo geral, resolver um problema de combinatória consiste em contar ou classificar os elementos de um ou mais subconjuntos de um conjunto finito que atendem a certas particularidades. Estas particularidades podem ou não estar descritas claramente no enunciado do problema de contagem em questão. Mas, para certos tipos de problemas da combinatória, também será preciso provar a existência de subconjuntos de um dado conjunto finito que atendem a certas particularidades e estas particularidades podem ou não estar claramente descritas no enunciado do problema de contagem em questão.

O conhecer, estudar e compreender como os alunos e professores aprendem e ensinam análise combinatória envolve tanto os aspectos cognitivos quanto os aspectos afetivos.

Os dois aspectos, próprios dos processos de ensino e de aprendizagem, têm de caminhar juntos durante todo o processo educacional de formação de hábitos atitudinais - tanto na escola, quanto em casa e na sociedade.

Infelizmente, o primeiro deles ainda tem sido muito negligenciado nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática em geral, e nos diferentes níveis formativos. Somam-se a estes aspectos, o estudo epistemológico dos conceitos da análise combinatória e a própria didática do ensino da combinatória - a qual abarca conhecimentos que têm o objetivo de fomentar e desenvolver o "letramento combinatório".

Levando em conta o que descrevem Gal (2002) e Watson e Callingham (2003) acerca do *letramento estatístico*, é oportuno fazer um paralelo para descrever sobre o que se assume serem os pilares em que se sustenta o "letramento combinatório" ("literacia combinatória").

O "letramento combinatório" consiste em saber interpretar, avaliar e decidir acerca das informações que são postas no enunciado de um problema de matemática que exige a mobilização de conceitos da análise combinatória de modo que, com considerável grau de criticidade e em conjunto com o exercício do raciocínio combinatório, lançar mão de seus conhecimentos para resolvê-lo. Isto é, para obter sua solução: quantitativa e/ou qualitativa.

Daí advém a importância de o sujeito que está sendo letrado combinatoriamente (aluno ou professor, que está aprendendo técnicas combinatórias para resolver problemas de combinatória) precisa compreender muito bem acerca da situação que o enunciado do problema que ele vai resolver retrata ou descreve (que faz menção ou não). E, com base no conhecimento que acumulou sobre a temática combinatória, lançar mão desse conhecimento para atacar e resolver o problema.

Por "*letramento combinatório*" pontua-se o cabedal de conhecimentos que um sujeito precisa cumular em relação aos diferentes conceitos da análise combinatória. Por exemplo, no que diz respeito ao domínio de diferentes técnicas combinatórias segundo as quais permitam-no ser possível que possa computar a totalidade de elementos de certos tipos de subconjuntos de um conjunto finito, sem que seja necessário que essa contagem tenha de ser feita diretamente sobre todos os elementos (que podem até ser em grande quantidade, em algumas situações) de cada um dos subconjuntos.

Ou seja, para poder resolver problemas de combinatória com efetividade e desenvoltura o sujeito precisa reconhecer a necessidade de aprender técnicas de contagem que estejam em alinhamento direto com os conceitos, invariantes e representações, próprios da temática análise combinatória.

Por exemplo, quando se evoca questionamentos acerca do fato de uma particular possibilidade (agrupamento ou grupamento de objetos) atender ou não, por vez, à (s) característica(s) que deve(m) identificar/definir todos os elementos que devem pertencer a um dado subconjunto (para esta particular possibilidade ou para um grupo de possibilidades) até que todas as possibilidades em avaliação sejam esgotadas, se está lançando mão de uma técnica muito usual no ensino de análise combinatória.

Por sua vez, para atender os propósitos do *letramento combinatório* (que serão apresentados em prosseguimento) quando da "por exemplo, a combinação entre objetos para construir um diagrama de árvore", o sujeito deve refletir antes de tomar uma decisão (em relação a um ou mais elementos). E nesse momento será preciso que saiba avaliar todas as consequências que advém desta possível tomada de decisão, de modo a não cometer o engano de generalizá-la para um universo de elementos que não o correto, se for o caso. Assim, uma vez feita a reflexão, poderá corrigir a tempo essa posição.

Portanto, por meio de um modelo que considere as condições necessárias para o enfrentamento de situações, presentes na resolução de problemas de contagem, no seio do conteúdo análise combinatória, um indivíduo é considerado letrado combinatoriamente quando se apropria das seguintes competências:

Compreende a natureza e as consequências de uma tomada de decisão quando realiza ações que tem o propósito de "combinar objetos", colocando-se na posição da pessoa que vai realizar tais ações;

Mobiliza o exercício constante do raciocínio (pensamento) combinatório quando da construção de uma representação numérica ou de uma representação gráfica (um diagrama de árvore (árvore de possibilidades), por exemplo);

Categoriza as características que estão presentes nos agrupamentos de objetos (os agrupamentos que são obtidos ao final das "combinações entre os objetos" ou os grupamentos que são feitos a partir da "seleção de objetos" que atendem às condições estabelecidas no enunciado do problema de contagem em questão), de modo a formar ou permitir possa ser feita a descrição dos elementos pertencentes ao correspondente espaço amostral cujos elementos são todas as possibilidades (na linguagem combinatória, os agrupamentos-solução ou os grupamentos-solução);

Compreende como se dá a aplicação do Princípio Multiplicativo e do Princípio Aditivo – os Princípios Fundamentais da Contagem -, em conjunto ou não, como condição para encaminhar/finalizar a resolução de um problema de contagem;

Estabelece, quantifica, compara e enumera todas as possibilidades (agrupamentos-solução, decorrentes das "combinações entre objetos" ou os grupamentos-solução, decorrentes da "seleção de objetos"), se for preciso e quando, desde que a quantidade de objetos a combinar ou a selecionar não seja muito grande, a ponto de inviabilizar tal enumeração.

Portanto, para "letrar combinatoriamente" um sujeito (aluno/professor) será preciso criar condições favoráveis que o permitam se apropriar de conhecimentos combinatórios de modo a "letrá-lo combinatoriamente". Isto é, preparar adequada e corretamente o sujeito para que ele saiba *caracterizar, apreender, desenvolver, mobilizar e exercitar* o raciocínio combinatório tantas vezes quanto necessário e em diferentes contextos, de modo a resolver um dado problema de combinatória.

Por outro lado, para o entendimento de conceitos, estratégias e procedimentos da combinatória e a apropriação de competências necessárias ao enfrentamento da resolução de um problema de contagem, será preciso que durante a resolução o sujeito que o está resolvendo faça uso de uma ou mais competências, dentre as que foram listadas acima, como condição para lograr êxito na obtenção da sua solução.

Mas, para ensinar análise combinatória segundo um modelo que contemple as competências que foram apresentadas acima e os alunos compreendam melhor o que será preciso mobilizar para obter a solução para um dado problema combinatório, o professor precisa considerar como importantes e fundamentais para a sua prática os componentes listados a seguir:

Domínio da leitura do enunciado do problema: motivar o aluno para que ele faça uma leitura atenta e crítica do enunciado do problema combinatório, separando os dados (explícitos ou não) e certificando-se daquilo que será preciso fazer ou responder;

Entendimento dos conceitos básicos de Combinatória e sua terminologia: desenvolver a capacidade de relacionar o conceito e o contexto do problema;

Caracterizar o tipo de agrupamento-solução ou grupamento-solução que deve ser considerado de modo a apresentar a solução quantitativa e/ou qualitativa do problema;

Tomar um agrupamento-solução (ou grupamento) como exemplo, de modo a responder questões acerca dos outros agrupamentos-solução (grupamentos) que precisam ser considerados e/ou contabilizados tal qual foi este e, se necessário, tomar tantos outros como exemplos para fazer algo similar, esgotando todas as possibilidades que caracterizam o universo de elementos do subconjunto que deve ser considerado;

Conhecimento do processo construtivo de um diagrama de árvore (árvore de possibilidades): incentivar o aluno para que ele se coloque na posição da pessoa que vai executar as ações pertinentes e necessárias para obter os agrupamentos-solução (ou grupamentos-solução);

Escolher um objeto e com ele ir fazendo todas as combinações possíveis com os demais objetos, em atendimento ao enunciado do problema, apresentando-as em um diagrama de árvore completo, mas não necessariamente;

Verificar, para os demais objetos, quais deles formam similares agrupamentos-solução e em igual quantitativo de combinações (possibilidades) **ou não**, que as que foram obtidas com o primeiro objeto;

Fazer as combinações de outros possíveis objetos que ainda não tenham sido contemplados nas situações anteriores – objetos estes que determinam a formação de outros tipos de agrupamentos-solução e, em seguida, quantificá-los;

Dominar as habilidades básicas para descrever e interpretar os resultados obtidos com a formação dos agrupamentos-solução: saber interpretar os resultados (obtenção dos agrupamentos ou dos grupamentos) presentes em uma representação gráfica por meio de exposição oral ou escrita pessoais, ou seja, reunir habilidades para descrever o significado de um agrupamento-solução (ou de uma grupamento solução) que foi formado por meio das "combinações entre objetos do problema" no contexto da situação em relação ao quantitativo total dos agrupamentos (grupamentos)-solução;

Dominar as habilidades básicas para comunicar as respostas para problemas de contagem, envolvendo leitura, escrita e a comunicação da informação combinatória: Significa ser capaz de comunicar com clareza a outrem, a estratégia que foi utilizada para a obtenção dos resultados combinatórios.

O exercício do raciocínio combinatório está imbricado fortemente com cada tomada de decisão, independentemente do tipo de representação que está sendo construída para a obtenção da solução de um problema de contagem.

Nos diferentes momentos do ciclo construtivo de uma representação: gráfica ou numérica - que permeia a obtenção ou a contagem de todos os agrupamentos-solução (grupamentos-solução) -, uma decisão precisa ser tomada, e neste momento, para se fazer isso, será preciso que se exercite o raciocínio combinatório.

Portanto, ao ensinar os conceitos; a construção de representações gráficas e numéricas; a aplicação dos Princípios Básicos de Contagem; os procedimentos e as estratégias de resolução de problemas combinatórios, também estamos promovendo o desenvolvimento e o exercício do raciocínio combinatório.

Segundo a BNCC, a formalização dos conceitos da combinatória deve ser feita nas séries do Ensino Médio, tendo como prévia os muitos desafios de também ensinar a temática para os alunos do Ensino Fundamental.

Os desafios, e são muitos, de ensinar combinatória segundo as competências que foram listadas acima estão reservados ao professor que já ensina Matemática na Educação Básica desde os anos iniciais, e também aos futuros professores de Matemática.

Para tanto, destacamos duas importantes questões, para reflexões individuais e/ou coletivas: (1) Como o professor pode desenvolver a temática análise combinatória na perspectiva da BNCC, nas suas aulas, considerando as habilidades e competências que são sugeridas neste documento? (2) Como o professor pode desenvolver a temática de análise combinatória na perspectiva da BNCC, nas suas aulas, ensinando os conceitos de combinatória - e outros conceitos da própria Matemática - com o propósito de dar sentido a eles?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC é um documento que orienta ações relacionadas com o ensino e a aprendizagem de todas as disciplinas na Educação Básica. Os currículos das redes estaduais e municipais de educação, para o ensino básico, são prescritos segundo essas orientações. É um documento que também orienta a elaboração dos PPP – Projetos Políticos Pedagógicos de escolas e colégios, públicos e particulares, bem como, com base nessas orientações, os livros didáticos são escritos.

No que concerne ao ensino de combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a tônica está pautada em resolver problemas simples de contagem por meio das duas habilidades descritas nas orientações presentes na BNCC, com o único objetivo de contabilizar agrupamentos por meio de técnicas que obedecem a um mesmo significado no campo conceitual multiplicativo: o de determinar a quantidade de modos passíveis para fazer as combinações entre todos os objetos de uma coleção com todos os objetos de uma outra coleção. Para a resolução dos problemas, os autores indicam o envolvimento do Princípio Multiplicativo, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas, mas não citam o Princípio Aditivo.

Preocupa-nos tanto a redação usada nas habilidades quanto o pequeno contributo que o conteúdo sugerido deve ser desenvolvido, representa para a apropriação e o exercício do raciocínio combinatório, mormente quando da construção de um diagrama de árvore, por exemplo. Faltou salientar aos professores acerca da importância de saber validar estratégias e resultados, e a importância de desenvolver e exercitar o raciocínio combinatório. No tocante às maneiras de se comunicar matematicamente, faltou sugerir aos alunos escrever, representar e apresentar os resultados com precisão e correção, bem como sobre a importância do processo de argumentação sobre conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e o estabelecimento de relações.

Em uma perspectiva mais ampla também nos preocupa a pequenez de propósitos - já desde os anos iniciais do Ensino Fundamental - em relação à pouca contribuição que o ensino de combinatória conforme sugerido na BNCC empresta para o desenvolvimento do letramento combinatório dos alunos, desconsiderando a importância de ser feito por meio do exercício recorrente do raciocínio combinatório quando da construção de uma representação gráfica e/ou de uma representação numérica.

Consideramos importante que os professores procurem identificar os conceitos, procedimentos e atitudes a serem trabalhados, pois fato é que os problemas de contagem cumprem um importante papel na formação dos alunos no sentido de propiciar oportunidades para que eles interajam com um dos quatro significados da multiplicação - a ideia combinatória. No tocante às questões específicas levantadas para este estudo, identificou-se que na BNCC, nas duas habilidades, deixou a desejar segundo o modo como foram apresentadas, no tocante ao texto, redação, abrangência, forma e conteúdo: texto repetitivo em relação ao propósito de determinar o número de agrupamentos (solução apenas quantitativa, em detrimento da qualitativa); faltou indicar a elaboração de problemas pelos alunos, com a resolução, redação, leitura e interpretação de enunciados; a exploração de um único significado do conceito; no tocante à não abrangência em relação a outras representações, como: listagem, esquema, produto cartesiano; à forma (combinações de cada elemento de uma coleção com todos os de outra coleção, deixando de considerar combinações com alguns e também com todos); no conteúdo, a ausência da compreensão e o exercício do raciocínio combinatório.

No que refere às escolhas de atividades que contemplem os propósitos de ensino de combinatória - para as duas habilidades propostas na BNCC -, o estudo identificou que elas não atendem às necessidades do professor que ensina matemática neste segmento de ensino em relação às possibilidades de poder fazer escolhas condizentes com as necessidades que o estudo requer. Uma vez que as duas habilidades propostas na BNCC não contemplam a exploração de outros tipos de problemas simples de contagem que não os que combinam todos os objetos de uma coleção com todos os objetos de outra coleção, deixam de ser explorados os problemas em que parte dos objetos combinam com todos e outros objetos apenas com parte dos objetos da outra coleção, bem como a combinação de objetos de três ou mais coleções.

Assim, tal universo de problemas é insuficiente para capacitar os alunos dos anos iniciais para resolverem problemas de contagem, mesmo que se considere apenas os mais simples. Estar letrado combinatoriamente supõe saber ler e interpretar enunciados de problemas de contagem de modo crítico e organizado e também, saber construir representações por meio do exercício continuado do raciocínio combinatório, de modo a formular e resolver diferentes tipos de problemas. Essa característica traz para os novos currículos que se avizinham serão prescritos em breve, uma demanda em abordar conceitos e procedimentos da combinatória. Mas, para tal, será preciso também contar com a publicação de livros didáticos dos anos iniciais que estejam fortemente comprometidos com essas ideias, e cujos propósitos se coadunem com elas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero C et al. (1997). Combinatorial reasoning and its assessment. In: Gal, I et al. (Ed.). The assessment challenge in statistics educativo. Minnesota: IOS Press. 239-252. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/assessbkref. Acesso: 13 abr.2021.

Borba FS (2011). Dicionário Unesp do português contemporâneo. Editora Piá. Curitiba. 1488p.

Brasil (1997) Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília.

Brasil (2018) Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília.

Morgado ACO et al. (1991). Análise Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro. Fundação VITAE. 171p.

Navarro-Pelayo V et al. (1996) Razonamiento combinatório em alumnos de secundaria. Educación Matemática. Grupo Editorial Ibero América, Madrid, 8(1): 26-39.

Shulman LS (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational. 15(2): 4-14.

Teixeira PJM (2021). Resolvendo problemas de Análise Combinatória no Ensino Médio. Editora Ciência Moderna Ltda. 1ª Edição. Rio de Janeiro. 221p.

Vergnaud G (1991). El niño, las matemátiucas y la reakidad – Problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primaria. Editora Trillas. México.

Vergnaud G (1996). A teoria dos campos conceptuais. In: Brum, J. (org). Didáctica das Matemáticas, Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 155-191.

Índice Remissivo

Sobre os organizadores

José Carlos Gonçalves Gaspar

Mestre em Ensino de Ciências na Educação Básica pela Universidade do Grande Rio (Unigranrio), Especialista e Licenciado em Matemática pela UFF. Professor de Matemática na Educação Básica e Superior do IFRJ e da rede Municipal de Duque de Caxias. Membro do Projeto ConSeguir e foi um dos redatores da reestruturação curricular da rede municipal de Duque de Caxias (2019-2020). Autor de Materiais Didáticos pela Somos Educação e Editora Poliedro. Possui experiência em avaliação em larga escala (INEP/Fundação Cesgranrio) e com Educação a Distância (Fundação Cecierj/LANTE-UFF/CAEd). Membro atuante do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM-IFRJ). Contato: (21)99881-2933, e-mail: jose.gaspar@ifrj.edu.br.

Cláudio Bispo de Jesus da Costa

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (2001), especialização em Ensino da Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2006). e mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2008). Atualmente é professor da FAETERJ-Rio, Faculdade de Educação Tecnológica do Estado do Rio de Janeiro, campus Rio de Janeiro, e do Instituto Federal do Rio de Janeiro, campus Nilópolis. Contato:(21) 98803-5240, e-mail: claudio.costa@ifrj.edu.br

André Luiz Souza Silva

Licenciado em Matemática (2004) e Especialista em Ensino de Matemática (2008) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (2010) pelo Centro Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Rio de Janeiro (CEFET-RJ), Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática (2010) pela Universidade Federal Fluminense (UFF). E-mail: andre.luiz@ifrj.edu.br.

Marcelo Silva Bastos

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ. Mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Especialista em "Ensino de Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Ensino Médio" pela UFF. Licenciado em Matemática pela UFRRJ. Docente do IFRJ-Campus Nilópolis atuando no Ensino Médio Técnico e no Curso de Licenciatura em Matemática. Coordenador do Laboratório de Ensino de Matemática (LabEM-IFRJ)

Heitor Achilles Dutra da Rosa

Doutorando do Programa de Educação da UFRJ, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo CEFET-RJ, MBA em Gestão da Educação Básica pela USP. Licenciado em Matemática pela UFRJ. Docente do IFRJ-Campus Nilópolis atuando no Curso de Licenciatura em Matemática e no Curso de Especialização em EJA.

Sobre os(as) autores(ras)

Lilian Nasser

Licenciada, bacharel e mestre em Matemática Pura pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, doutora em Educação Matemática pelo King's College da Universidade de Londres. Foi coordenadora de Matemática, em 2014, do Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa, do MEC, no Estado do Rio de Janeiro. Pesquisadora do Projeto Fundão, coordenou a elaboração de cinco livros destinados à formação inicial e continuada de professores. Pesquisadora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT), orienta mestrados e doutorados na área de Educação Matemática. Atualmente é responsável pelo Grupo de Pesquisa em Avaliação em Matemática (GPAM/UFRJ). Possui diversos trabalhos publicados em periódicos, capítulos de livros e em anais de congressos nacionais e internacionais. Recebeu, em 2019, o título de Sócia Emérita da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. E-mail: lnasser.mat@gmail.com

Paula Monteiro Baptista

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2003) e mestrado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2006). Apresentou uma comunicação curta no International Congress of Mathematicians - ICM 2018. Idealizou e coordenou o evento Matemática em Niterói 2017-2018. Atualmente é aluna de doutorado do PEMAT/UFRJ e professora da escola Fórum Cultural CELART. Tem experiência na área de Matemática e Educação Matemática, com ênfase em Avaliação Escolar. E-mail: paulamonteirob@gmail.com

Lattes Wanderley Moura Rezende

Professor de Matemática do Ensino Superior, graduado em Licenciatura Plena em Matemática (1985) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1989) em Matemática (Geometria Diferencial) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1994) em Educação Matemática na Universidade Santa Úrsula (USU/GEPEM). Doutor (2003) em Educação (Ensino de Ciências e Matemática) na Universidade de São Paulo (USP). Atualmente, possui 11 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, 51 trabalhos publicados em Anais de eventos nacionais/internacionais, 34 resumos simples/expandidos, 8 livros, 7 capítulos de livros e participou da organização de 19 eventos na área de Educação Matemática. É professor associado IV do IME-UFF e revisor de 7 revistas nacionais. E-mail: wmrezende@id.uff.br.

Lattes Paulo Jorge Magalhães Teixeira

Licenciatura em Matemática (1980) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Bacharel em Matemática (1981) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Engenheiro Eletricista (Eletrotécnica) (1986) na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Mestre (1986) em Matemática Pura (Álgebra) na Universidade Federal Fluminense (UFF). Doutor (2012) em Educação Matemática - Formação de Professores na Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN). Atualmente, possui 15 livros autorais publicados em editoras nacionais e internacionais, 15 artigos publicados/aceitos em revistas nacionais, 9 resumos simples/expandidos, 1 capítulo de e-book. É avaliador/revisor ad hoc de 2 revistas nacionais. Contato: Rua Dona Claudina, 361 – Casa 1, Méier, CEP - 20725-060. E-mail: paulojorge@id.uff.br

Cassio Cristiano Giordano

Psicólogo (Universidade Metodista de São Paulo – UMESP, 1993), Matemático (Universidade Ibirapuera – UNIB, 2000, Pedagogo (Universidade Metropolitana de Santos - UNIMES, 2021), Especialista em Matemática no Ensino Médio (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP, 2006), Especialista em Docência e Pesquisa no Ensino Superior (Universidade Metropolitana de Santos – UNIMES, 2009), Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática (Universidade Federal Fluminense – UFF, 2010), Especialista em Ensino da Matemática (Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2013), Mestre em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP, 2016) e Doutor em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP (2020), Pós-Doc em Educação em Ciências (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, 2022). Atualmente, possui 24 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, 2 organizações de e-books, 29 capítulos em livros e e-books. Membro do GT12 - Educação Estatística. Membro da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Membro da Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE). Pesquisador associado ao Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT). Membro da Red Latinoamericana de Etnomatemática (RELAET). Membro do Grupo GEDIM/STATISTIC, ligado ao Grupo Estudo da Didática da Matemática (GEDIM), da Universidade Federal do Pará (UFPA). Membro do Grupo Colaborativo de Formação de Professores em Educação Estatística – MoSaiCo Edu e do Grupo Internacional Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística - GIIPEE, ambos, ligados à Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Contato: (11) 99700-2528. E-mail: ccgiordano@furg.br

9 786581 460273

Pantanal Editora
Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp)
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br