# Ciência em Foco

## Volume VIII

**Jorge González Aguilera**
**Alan Mario Zuffo**
**Bruno Rodrigues de Oliveira**
**Aris Verdecia Peña**
**Rosalina E. Lustosa Zuffo**
Organizadores

Pantanal Editora

2022

**Jorge González Aguilera**
**Alan Mario Zuffo**
**Bruno Rodrigues de Oliveira**
**Aris Verdecia Peña**
**Rosalina Eufrausino Lustosa Zuffo**
Organizadores

# Ciência em Foco
# Volume VIII

Pantanal Editora

2022

Copyright© Pantanal Editora
**Editor Chefe:** Prof. Dr. Alan Mario Zuffo
**Editores Executivos:** Prof. Dr. Jorge González Aguilera e Prof. Dr. Bruno Rodrigues de Oliveira

**Diagramação:** A editora. **Diagramação e Arte:** A editora. **Imagens de capa e contracapa:** Canva.com. **Revisão:** O(s) autor(es), organizador(es) e a editora.

Ficha Catalográfica

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

C569 Ciência em foco [livro eletrônico]: volume VIII / Organizadores Jorge González Aguilera... [et al.]. – Nova Xavantina, MT: Pantanal, 2022.
54p. : il.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-81460-51-8
DOI https://doi.org/10.46420/9786581460518

1. Ciência – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa científica. I. Oliveira, Bruno Rodrigues de. II. Zuffo, Alan Mario. III. Aguilera, Jorge González. IV. Peña, Aris Verdecia. V. Zuffo, Rosalina Eufrausino Lustosa.

CDD 001.42

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**



**Pantanal Editora**

Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000.
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil.
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp).
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br

**Apresentação**

A atividade científica tornou-se indispensável para a sociedade moderna. Os avanços nas mais diversas áreas das ciências têm vislumbrado a muitos, pois muitas das idealizações dignas da ficção científica hoje são realidades em nosso cotidiano. Todo o conhecimento produzido pela ciência e as técnicas dela derivadas têm contribuído para a evolução da sociedade em vários aspectos.

A obra "Ciência em Foco Volume VIII" em seus seis capítulos, apresentam trabalhos relacionados com avanços em diversas áreas do conhecimento, entre elas, nas áreas de Educação, Mecânica, Agrarias, e Ciências da Computação principalmente desenvolvidos nas universidades. A obra, vem a materializar o anseio da Pantanal Editora na divulgação de resultados, que contribuem de modo direto no desenvolvimento humano.

Temas associados com o perfil dos estudantes que fazem iniciação científica no curso de direito; seleção de materiais na fabricação de peças por moldeo e fresado como resultados de atividade ligadas a formação de mestrandos; efeitos citogenotóxicos de extratos aquosos de *Croton urucurana* Baill utilizando teste com cebola; uma discussão sobre suporte compacto de funções wavelets e suas principais aplicações e por último; a biodiverdidade fúngica na rizosfera e em plantas de pepino é abordado na presente obra.

Aos autores dos diversos capítulos, pela dedicação e esforços sem limites, que viabilizaram esta obra que retrata os recentes avanços científicos e tecnológicos, os agradecimentos dos Organizadores e da Pantanal Editora.

Por fim, esperamos que este livro possa colaborar e estimular aos estudantes e pesquisadores que leem esta obra na constante procura por novas tecnologias. Assim, garantir uma difusão de conhecimento fácil, rápido para a sociedade.

**Os organizadores**

**Sumário**

## Capítulo V

# Uma discussão sobre suporte compacto de funções wavelets

Bruno Rodrigues de Oliveira[1*]

Recebido em: 24/06/2022
Aceito em: 30/06/2022
10.46420/9786581460518cap5

### INTRODUÇÃO

Uma característica desejável para uma função wavelet é que ela tenha suporte compacto. Aliás, este constituiu um dos maiores desafios no desenvolvimento da teoria dessas funções (Oliveira, 2007). As famílias de funções wavelets mais utilizadas na prática, as Daublets, Symmmlets e Coiflets, possuem esta característica (Oliveira, 2007; Morettin, 999).

Para esclarecer o conceito de suporte compacto, considera-se inicialmente um espaço métrico $(\mathcal{M}, d)$, onde $\mathcal{M}$ é um conjunto e $d: \mathcal{M} \times \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma métrica nesse conjunto (Lima, 2005). Esta métrica retorna a distância entres dois elementos quaisquer do conjunto $\mathcal{M}$ e goza das bem conhecidas propriedades da distância euclidiana. Se toda sequência de Cauchy em $\mathcal{M}$ converge para algum elemento desse espaço, então $(\mathcal{M}, d)$ é um espaço métrico completo (Oliveira, 2012). Então, o conjunto $\mathbb{R}$ é um espaço métrico, com a métrica $d(x, y) = |x - y|$.

Dado um subconjunto $X$ dos números reais, um elemento $a \in \mathbb{R}$ é chamado de ponto de acumulação de $X$ se $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in X$ tal que $0 < |x - a| < \varepsilon$. Como expressado por Lima (2006, p. 175), $a$ é um ponto de acumulação de $X$ quando existir algum elemento $x \in X, x \neq a$, contido no intervalo aberto $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$. O conjunto dos pontos de acumulação de $X$ é denotado por $X'$.

Para ilustrar o conceito de ponto de acumulação, considera-se a Figura 1.

Nela o conjunto $X = \{[a, b], h\}$ (destacado na cor vermelha). No ponto $c$ tomou-se um $\varepsilon > 0$, mostrando que $c$ é um ponto de acumulação, pois os valores contidos no intervalo $(c - \varepsilon, c + \varepsilon)$ pertencem a $X$. Raciocínio análogo pode ser utilizado para os demais pontos destacados. É claro que o ponto $h$ não é ponto de acumulação, porque existem infinitos valores de $\varepsilon$ para os quais não existe nenhum intervalo centrado em $h$ que contenha algum ponto de $X$. Para os pontos $a$ e $b$ há pontos em

[1] Pantanal Editora
[*] Autor(a) correspondente: bruno@editorapantanal.com.br

$X$ a direita e a esquerda, respectivamente, para qualquer valor positivo escolhido para ε. Então, para o conjunto $X$ considerado na Figura 1, o conjunto dos pontos de acumulação é $X' = [a, b]$.

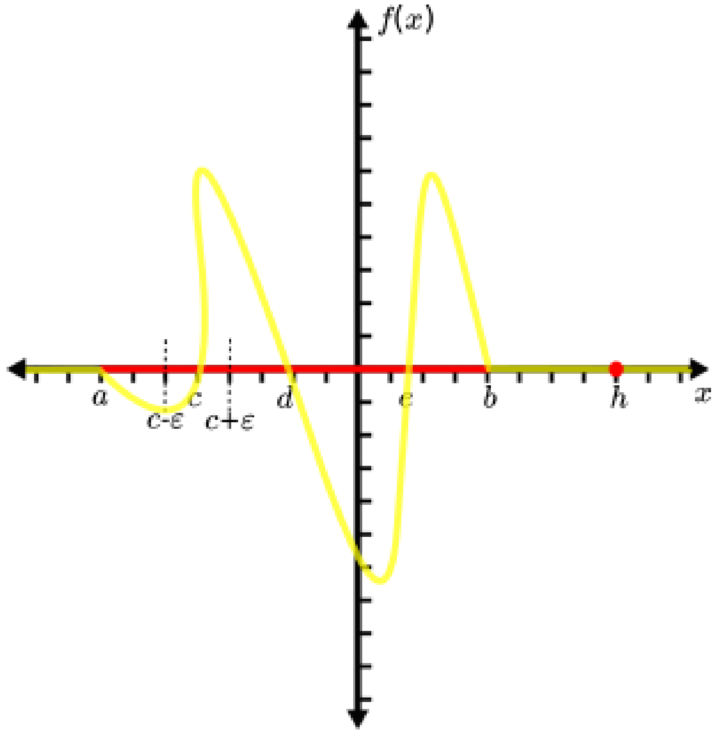


**Figura 3.** Exemplo de uma função com suporte compacto, de pontos de acumulação e de conjunto fechado.

Chama-se de aderência (ou fecho) do conjunto $X$, e representa-se por $\bar{X}$, o conjunto resultante da união de $X$ com seus pontos de acumulação, ou seja, $\bar{X} = X \cup X'$ (Lipschutz, 1971). Um ponto $p \in \mathbb{R}$, diz-se aderente a $X \subset \mathbb{R}$, se $p \in \bar{X}$ ou $p \in X'$. Visto de outro modo, existem pontos no subconjunto $X$ arbitrariamente próximos de $p \in \mathbb{R}$ (Lima, 2005).

Continuando ainda com o exemplo do parágrafo precedente, é fácil notar que a aderência do conjunto $X$ é ele próprio, o que implica que $X$ é um conjunto fechado. Em Lima (2005, p. 74) encontra-se a demonstração de uma proposição cujo resultado afirma que um conjunto é fechado se, e somente se, todos os seus pontos são aderentes. Portanto, a aderência de um conjunto, é um conjunto fechado, fato este demonstrado ainda em Lipschutz (1971, p. 97), que também define a aderência de um conjunto $X$ como a intersecção de todos os conjuntos fechados que contenha $X$.

Um exemplo de conjunto fechado é o conjunto suporte, definido nos próximos parágrafos.

Considerando um subconjunto $X \subset \mathbb{R}$, diz-se que $X$ é compacto se, para toda sequência de pontos desse conjunto existir uma subsequência que converge para algum ponto específico do próprio conjunto (Domingues, 1934; Lima, 2006). Um conjunto finito é um exemplo de conjunto compacto. Lima (2006, p. 184) ressalta que os conjuntos $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{Z}$ não são compactos. Para o exemplo anterior, o conjunto $X$ não é compacto por causa do ponto $h$, mas o conjunto de seus pontos de acumulação $X' = [a, b]$ é compacto, porque um intervalo fechado é um conjunto compacto (Lima, 2006).

Já foram enunciados todos os fundamentos necessários para entendimento do conceito de suporte compacto, definido a seguir.

## SUPORTE COMPACTO

Para uma função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, seu suporte é $\bar{S}(f) = \overline{\{x \in \mathbb{R}; f(x) \neq 0\}}$ (Hansen, 2006). Assim sendo, se $S(f) = \{x \in \mathbb{R}; f(x) \neq 0\}$ é um subconjunto dos reais no qual a função $f$ não se anula e $S'(f)$ o conjunto dos seus pontos de acumulação, então pode-se reescrever $\bar{S}(f) = S(f) \cup S'(f)$, ou seja, $\bar{S}(f)$ é a aderência do conjunto $S(f)$.

Se $\bar{S}(f)$ é um conjunto compacto, então diz-se que $f$ tem suporte compacto. Ou seja, se

$$\bar{S}(f) = \overline{\{x \in [a, b]; f(x) \neq 0\}}$$

sendo $a, b \in \mathbb{R}$ e finitos, então $\bar{S}(f) \subseteq [a, b]$, tal que, $f(x) = 0$ para todo $x \notin [a, b]$, conforme Frazier (1999, p. 384).

O que ocorre quando $f$ tem suporte compacto é que

$$S(f) = \{x \in [a, b]; f(x) \neq 0\}$$

e então, o conjunto dos pontos de acumulação contém, além dos próprios elementos de $S(f)$, também aqueles elementos que anulam $f$. Para exemplificar, considere os pontos $c, d$ e $e$ da Figura 1, como sendo tais elementos.

Como já foi mostrado anteriormente, estes são pontos de acumulação de $[a, b]$, portanto, $S'(f) = \{x \in [a, b]\}$. Sendo assim, a função exibida em cor amarela na Figura 1, tem suporte compacto, e este suporte é o conjunto $\bar{S}(f) = S(f) \cup S'(f) = [a, b]$.

Conclui-se portanto que, $\bar{S}(f) = [a, b]$, e neste intervalo $f(x)$ assume valores reais, mas fora deste intervalo $f(x)$ se anula para todo $x$.

Para conhecer completamente o conjunto suporte, antes será necessário descobrir quais elementos estão no conjunto $S'(f)$.

Pelo que já foi visto até agora, os elementos de

$$S(f) = \{\overline{x \in [a, b]; f(x) \neq 0}\}, a, b \in \mathbb{R}$$

são pontos aderentes.

Em relação aos pontos de acumulação, seja $a$ um destes pontos, então, $a \in \mathbb{R}$ e deve existir algum $x \in R(f), x \neq a$, contido no intervalo $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$. É claro que, todos os pontos de $R(f)$ são pontos de acumulação, Como o conjunto $R(f)$ possui todos os reais para os quais a função $f$ não se anula, conclui-se que os pontos de aderência serão aqueles que tornam $f$ nula, logo, $R'(f) = \{x \in \mathbb{R}; f(x) = 0\}$. Portanto, $S(f)$ é o próprio conjunto dos reais, desde que $f(x)$ exista em $x$.

Como o conjunto dos números reais não tem suporte compacto, então para que $f$ tenha esta característica, deve-se restringir seu domínio a um conjunto compacto. Um intervalo fechado $[a, b]$ é um conjunto compacto (Lima, 2006, p. 183).

Assim, para $f: [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ se

$$S(f) = \overline{\{x \in [a, b]; f(x) \neq 0\}},$$

então $f$ tem suporte compacto. Em outras palavras, se fora do conjunto suporte $f(x)$ se anula para todo $x$, então $f$ tem suporte compacto (Wheeden e Zygmund, 1977). Frisa-se que, no interior do conjunto suporte, $f(x)$ se anula para alguns $x$, sendo estes os pontos de acumulação.

A Figura 2 ilustra três funções wavelets (Daublets) da família Daubechies com suporte compacto, onde db2, db4 e db8 tem 2, 4 e 8 momentos nulos, e a largura de seus suportes são 3, 7 e 15, respectivamente. Sendo que, de modo geral, para uma função wavelet com $N$ momentos nulos a largura de seu suporte é dada por $2N - 1$.

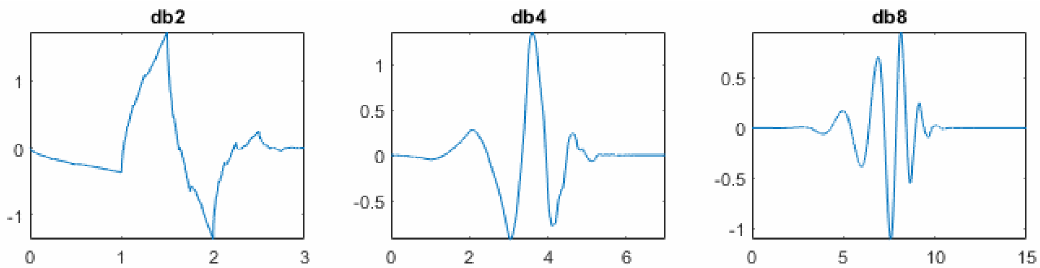


**Figura 4.** Exemplos de wavelets de Daubechies com suporte compacto.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Domingues H. H. (1934). Espaços Métricos e Introdução à Topologia. São Paulo: Atual Editora.

Frazier M. W. (1999). An Introduction to Wavelets Through Linear Algebra. New York: Springer. (Undergraduate Texts in Mathematics).

Hansen V. L. (2006). Functional Analisys: Entering Hilbert Spaces. New Jersey: World Scientific.

Lima E. L. (2005) Espaços Métricos. Rio de Janeiro: IMPA. (Projeto Euclides).

Lima E. L. (2006). Curso de Análise. 11a ed. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto de Matemática Pura e Aplicada. v. 1. (Projeto Euclides).

Lipschutz S. (1971). Topologia Geral. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil. (Coleção Schaum).

Morettin P. A. (1999). Ondas e Ondaletas: Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, v. 23.

Oliveira C. R. (2012). Introdução à Análise Funcional. Rio de Janeiro: IMPA. (Projeto Euclides).

Oliveira H. M. (2007). Análise de Sinais para Engenheiros: Uma Abordagem via Wavelets. Rio de Janeiro: Brasport.

Wheeden R. L., Zygmund A. (1977). Measure and Integral: An Introduction to Real Analisys. New York: Mercel Deker, Inc., v. 43. (Monographs and Textbooks Pure and Applied Mathmatics).

## Índice Remissivo

## Sobre os organizadores

**Jorge González Aguilera**

Engenheiro Agrônomo, graduado em Agronomia (1996) na Universidad de Granma (UG), Bayamo, Cuba. Especialista em Biotecnologia (2002) pela Universidad de Oriente (UO), Santiago de Cuba, Cuba. Mestre (2007) em Fitotecnia na Universidade Federal do Viçosa (UFV), Minas Gerais, Brasil. Doutor (2011) em Genética e Melhoramento de Plantas na Universidade Federal do Viçosa (UFV), Minas Gerais, Brasil. Pós - Doutorado (2016) em Genética e Melhoramento de Plantas na EMBRAPA Trigo, Rio Grande do Sul, Brasil. Professor Visitante na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) no campus Chapadão do Sul (CPCS), MS, Brasil. Atualmente, possui 74 artigos publicados/aceitos em revistas nacionais e internacionais, 29 resumos simples/expandidos, 50 organizações de e-books, 37 capítulos de e-books. É editor da Pantanal Editora e da Revista Agrária Acadêmica, e revisor de 19 revistas nacionais e internacionais. Contato: j51173@yahoo.com, jorge.aguilera@ufms.br.

**Alan Mario Zuffo**

Engenheiro Agrônomo, graduado em Agronomia (2010) na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT). Mestre (2013) em Agronomia - Fitotecnia (Produção Vegetal) na Universidade Federal do Piauí (UFPI). Doutor (2016) em Agronomia - Fitotecnia (Produção Vegetal) na Universidade Federal de Lavras (UFLA). Pós - Doutorado (2018) em Agronomia na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). Atualmente, possui 165 artigos publicados/aceitos em revistas nacionais e internacionais, 127 resumos simples/expandidos, 66 organizações de e-books, 45 capítulos de e-books. É editor chefe da Pantanal editora e revisor de 18 revistas nacionais e internacionais. Professor adjunto na UEMA em Balsas. Contato: alan_zuffo@hotmail.com.

**Bruno Rodrigues de Oliveira**

Graduado em Matemática pela UEMS/Cassilândia (2008). Mestrado (2015) e Doutorado (2020) em Engenharia Elétrica pela UNESP/Ilha Solteira. Pós-doutorado na UFMS/Chapadão do Sul-MS na área de Inteligência Artificial aplicada. É editor na Pantanal Editora e Analista no Tribunal de Justiça de Mato Grosso do Sul. Tem experiência nos temas: Matemática, Processamento de Sinais via Transformada Wavelet, Análise Hierárquica de Processos, Teoria de Aprendizagem de Máquina e Inteligência Artificial. Contato: bruno@editorapantanal.com.br

**Aris Verdecia Peña**

Médica, graduada em Medicina (1993) pela Universidad de Ciencias Médica de Santiago de Cuba. Especialista em Medicina General Integral (1998) pela Universidad de Ciencias Médica de Santiago de Cuba. Especializada em Medicina en Situaciones de Desastre (2005) pela Escola Latinoamericana de Medicina em Habana. Diplomada em Oftalmología Clínica (2005) pela Universidad de Ciencias Médica de Habana. Mestrado em Medicina Natural e Bioenergética (2010), Universidad de Ciencias Médicas de Santiago de Cuba, Cuba. Especializada em Medicina Familiar (2016) pela Universidade de Minas Gerais, Brasil. Profesora e Instructora da Universidad de Ciencias Médicas de Santiago de Cuba (2018). Ministra Cursos de pós-graduação: curso Básico Modalidades de Medicina Tradicional em urgências e condições de desastres. Participou em 2020 na Oficina para Enfrentamento da Covi-19. Atualmente, possui 11 artigos publicados, e seis organizações de e-books.

**Rosalina Eufrausino Lustosa Zuffo**

Pedagoga, graduada em Pedagogia (2020) na Faculdades Integradas de Cassilândia (FIC). Estudante de Especialização em Alfabetização e Letramento na Universidade Cathedral (UniCathedral). É editora Técnico-Científico da Pantanal Editora. Contato: rlustosa@hotmail.com.br

9 786581 460518

**Pantanal Editora**
Rua Abaete, 83, Sala B, Centro. CEP: 78690-000
Nova Xavantina – Mato Grosso – Brasil
Telefone (66) 99682-4165 (Whatsapp)
https://www.editorapantanal.com.br
contato@editorapantanal.com.br